

绝对零度的本质

刘正荣

ZJL@CS.Stanford.EDU

此内容由人工智能(AI)辅助翻译, 若未达意, 请查阅[原文](#)

摘要

绝对零度是热力学温度范围的最低极限, 理论上通过对理想气体定律的外推确定。然而, 其物理本质尚不完全清楚, 这主要源于一个普遍存在的认知误区: 认为温度直接反映分子的平均动能。要更准确地理解绝对零度, 必须区分“**动态能**”和物质里固有的“物质能量”。物质能量通常不会影响温度的测量, 除非从物质中释放出来并转化为动态能。动态能包括势能、动能和辐射能, 这三种能量在系统中不断互相转化、交换。绝对零度意味着动态能完全消失, 即三者均降至最低。温度反映的是系统中动态能的水平, 主要通过辐射输出表现出来, 而辐射能主要源于势能的转化, 因此与系统的势能密切相关。动能对温度的影响则是间接的, 主要通过与其它动态能的平衡交换来影响。

前言

绝对最低温度的概念最早可追溯至1665年, 由罗伯特·波义耳在其著作《有关寒冷的新实验与观察》中提出^[1]。起初, 人们通过查理定律预测了这一温度。该定律指出, 气体的体积随温度升高而膨胀, 二者成正比关系, 如图1所示^[2-3]。按照这一规律推算, 气体的体积在约摄氏零下273.15度时趋于零。这个温度被认为是自然界可能达到的最低极限, 被定义为绝对零度, 即0开尔文(0K)^[4-7]。

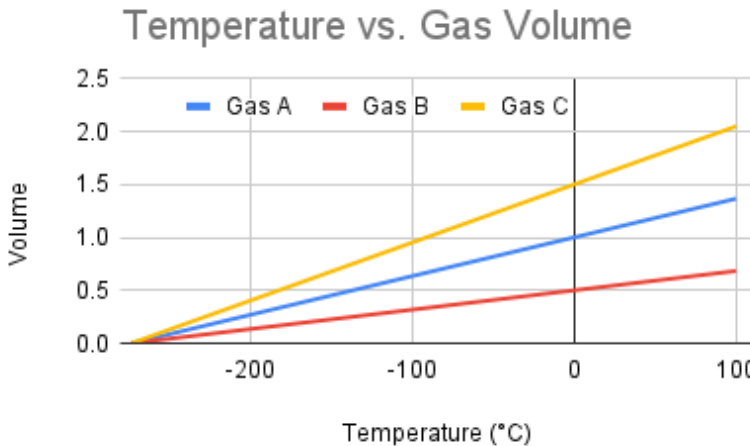


图1: 根据温度与气体体积关系外推得出的绝对零度(摄氏零下273.15度或0K)

然而，绝对零度的物理本质仍未被完全理解，部分原因在于人们长期以来对温度的误解。根据热力学第三定律，当封闭系统处于热力学平衡时，其熵在温度趋近绝对零度时会趋于一个常数值，如维基百科所述并在图2中所示。在这一极限下，系统必须处于能量最低的状态。

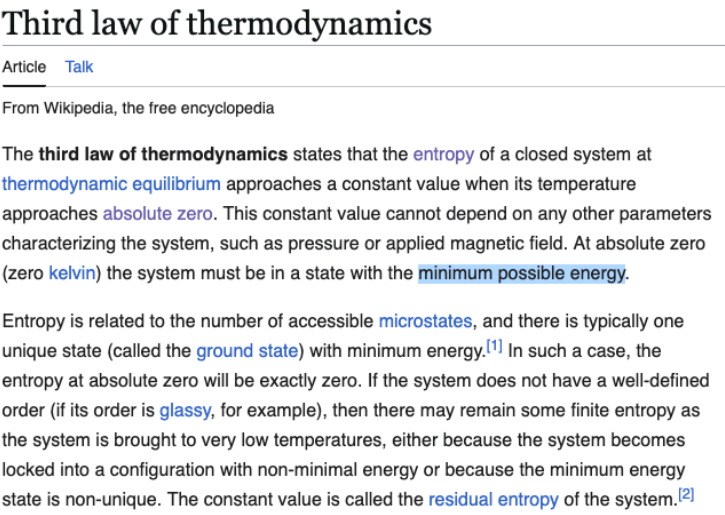


图2: 2025年11月14日维基百科上热力学第三定律定义的截图

以上论述中存在若干问题，特别是关于“可能的最低能量”这一表述。它指的是哪种能量——势能、动能、辐射能，还是其他类型的能量？一些常用术语(如热能、内能和总能)往往缺乏清晰的定义或使用不一致，这进一步加剧了模糊性。许多教材以及维基百科都将温度描述为物质中原子振动和碰撞所表现出的平均动能。如果采纳这种解释，那么“可能的最低能量”似乎应该指动能。然而，诸如电子和核子等亚原子粒子即使在绝对零度下仍然存在运动，这表明量子粒子的动能从未真正消失。

有人可能会认为，在热力学第三定律和绝对零度的命题中，基态指的是物质(例如晶体)中原子粒子(原子与分子)的微观状态构型。然而，将亚原子层面的能量排除在外会带来更多挑战。按照这种解释，一个处于绝对零度的孤立晶体应当永远地持其原子粒子的基态。以绝对零度下的放射性材料晶体为例:在发生任何一次放射性衰变之前，它确实会维持在其原子的基态。然而，一旦衰变发生，即使晶体是孤立的，其温度也会升高。这暴露了传统温度定义中的根本性认知问题^[8]。

在深入讨论之前，让我们先考虑这样一个实验:如图3所示，一个温度计悬挂在一个抽成真空的玻璃球内部，并且该温度计与球体外部保持热绝缘。由于球内没有空气分子，如果温度代表粒子运动的动能，我们是否应该预期其内部温度会达到绝对零度？此外，当我们将该装置从冰箱中取出时，温度会发生变化吗？在不同频率的光照下，温度又会如何响应？本文旨在澄清绝对零度的物理本质，同时回答这些问题并纠正相关的常见误解。

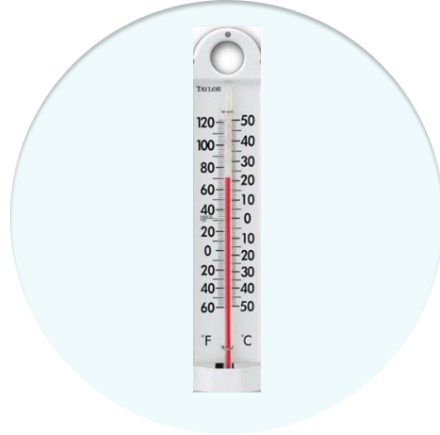


图3: 真空玻璃球内部的温度

动态能的转化与交换

具有基本物理常识的人, 大多能够正确回答关于玻璃灯泡内部温度的问题。由于这是一个封闭系统, 且内部没有空气分子, 其温度与粒子运动无关。然而, 由于该系统并非孤立, 其内部温度取决于温度计从周围环境吸收的辐射能量。这就引出了一个有趣的问题: 为什么“温度直接代表粒子运动”这一错误认知会长期存在, 尤其是在描述物质的温度时?

当前许多与能量相关的术语存在定义不清或含义模糊的问题。例如, “热能”(thermal energy), 传统上被定义为物质中粒子动能的总和, 包括平动、转动和振动等运动形式。为更清晰地区分不同能量形态, 本文引入“动态能”这一概念, 用以统称三类不断变化相互交换的能量成分: 势能(U)、动能(K)和辐射能(R):

$$(1) \quad D = U + K + R.$$

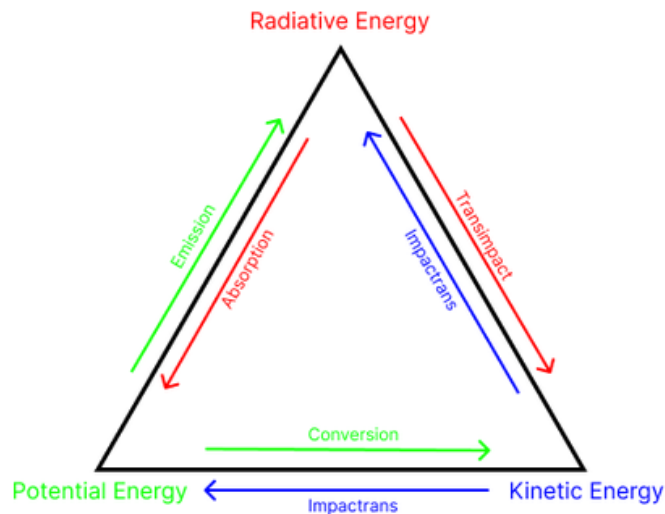


图4: 能量转化三角模型

这些动态能是系统中持续发生转化与交换的活跃能量形式。无论是在单一系统内部，还是在多个系统之间，能量平衡都是由这些它们持续的动态相互作用所产生的。图4所示的“能量转化三角”展示了这些关系。本节将探讨驱动这些能量转化的内在机制。

当一个物体发生加速度变化时，其力场的变化会以波的形式释放能量。例如，当电子发生轨道跃迁时，会辐射出能量。该过程促使能量由势能形式转化为辐射能形式，如图4中红色箭头所示。

反过来，电子也能感知并吸收辐射的能量，跃迁至更高轨道并储存能量。势能也储存在带电粒子间的化学键中。这一过程使能量能够由辐射能形式转化为势能形式，如图4中绿色箭头所示。当键被拉伸时，类似弹簧可以储存更多势能。这也解释了热胀冷缩现象：吸收的能量所做的功拉长了化学键，增大了粒子间的距离^[9]。

实际上，化学键、分子键储存的能量远超过轨道电子中储存的能量。相反，当这些键收缩时，储存的势能以辐射形式释放，类似于电子跃迁至低能轨道时的辐射。系统的辐射能水平与其势能正相关，而势能由化学键拉伸程度决定。不同系统中化学键拉伸程度差异巨大，辐射频率范围宽广，从千赫兹至超过 10^{23} 赫兹。

这些电子轨道跃迁以及化学键的伸缩，使势能与辐射能之间能够持续进行能量交换，构成了能量动力学中的一项基本过程，也对应于能量转化三角中的一侧。接下来的问题是：粒子在系统中最初是如何获得动能的？如图3所示，设想一个从绝对零度开始的实验：当光照射到温度计的球部时，温度计中的粒子又是如何获得其振动动能的？能量与动能之间的转化还通过另外两种机制来实现，即**跃迁冲击**(transimpact)以及**逆向冲击跃迁**(impactrans)^[10]。

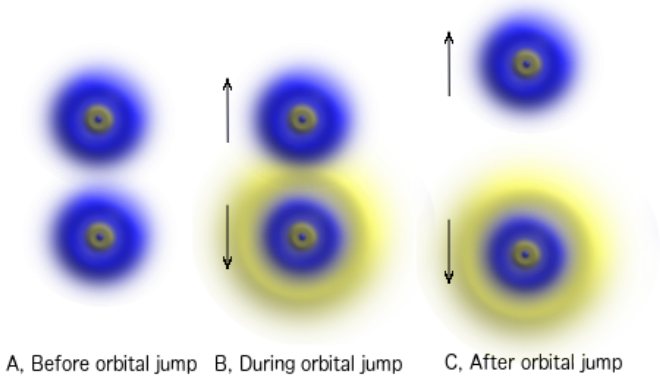


图5: 由电子轨道跃迁诱发的跃迁冲击现象

相邻原子分子之间通常存在库仑引力。但当距离过近时，价电子间的排斥力迅速增强。这种排斥力与吸引力在一个特定间距达到平衡，即范德华距离。该平衡在电子轨道跃迁时常被打破。当原子吸收能量，电子跃迁至更高轨道，过程通常在纳秒内完成^[11-12]。电子云膨胀使原子体积增大，与邻近原子间距离缩小。这种距离骤减打破了既有平衡，排斥力增强，推开邻近的原子。这种效应称为跃迁冲击，如图5所示。

跃迁冲击类似于爆米花突然爆裂，是一种剧烈的能量交换过程。由此产生的动量将动能传递给周围粒子，使其分离，并触发或增强其运动。在微观尺度上，原子轨道电子的跃迁在一切物质中持续发生，因此，跃迁冲击是一种普遍存在的相互作用，

在物理学，尤其是热力学过程中具有重要意义。它是造成很多物理现象背后的动力机制，比如布朗运动^[13-15]、物质相变^[16]以及克鲁克斯辐射计的工作原理^[17-20]。微观粒子的动能本质上来源于势能的释放，并随之变化。

推广跃迁冲击，动能会在系统中不断积累，但这种累积不可能无限。必须存在一种机制将动能重新转化为其他形式的能量，这一逆向过程称为冲击跃迁。在该过程中，粒子（如分子、原子或亚原子粒子）的运动或振动会通过库仑力相互作用与邻近粒子发生碰撞，将电子激发至不同轨道，甚至将其从原子中击出。这种撞击加速电子运动，使其辐射电磁波，从而实现将动能转化为势能与辐射能。

动能向势能或辐射能的转化可在多种常见现象中观察到。例如，当用塑料棒摩擦毛皮时，产生静电效应，体现了电子在冲击跃迁过程中被剥离原子现象。类似地，摩擦生热也是冲击跃迁的体现：当你搓手时所产生的热感，源自动能向辐射能的转化。充气枪底部的发热现象，也与冲击跃迁过程密切相关。

当电子在轨道之间发生跃迁时，伴随辐射能的发射或吸收，如图3中蓝色的“跃迁”箭头所示，其动能会随势能同步变化。这种能量转化方式并不限于微观尺度上的带电粒子；在受引力作用的宏观体系中也同样存在，例如摆锤在摆动过程中势能与动能之间的相互转化。

绝对零度状态下的能量特征

如上所述，系统内的不同动态能形式可以相互转化，并在系统之间发生交换。然而，这些能量仅构成系统总能量的一部分。根据爱因斯坦的质能等价原理^[21]，系统的总能量还与其质量有关，关系式如下：

$$(2) \quad E = mc^2$$

其中，c表示光速，m表示系统的有效质量或等效质量。该原理表明，质量本身是一种高度集中的能量形式，意味着系统的总能量不仅包括动态能，还包含物质中固有的能量。因此，系统总能量可表示为动态能(D)与质量能量(M)之和：

$$(3) \quad E = D + M.$$

温度反映的是系统中总动态能，其中包括动能、势能与辐射能。然而，物质所蕴含的物质能通常不会体现在温度测量中，除非被释放并转化为动态能。因此，绝对零度可被理解为动态能完全消失的状态，即动能、势能和辐射能均降至最小值。由于这三类能量在系统中持续相互转化，只有在它们同时达到最低水平时，系统才可能真正达到绝对零度；若其中任何一种未处于最小状态，则系统温度仍高于零。

以晶体为例，若要实现绝对零度，需满足以下条件：辐射完全消除、粒子振动完全停止、所有电子都处在最低能级轨道、所有化学键收缩至最短长度。即便如此，若晶体中存在放射性核素，其仍可能无法达到绝对零度。要真正实现绝对零度，甚至需要核子之间的势能也处于最低状态。

虽然质量能通常不直接体现为温度，但当其从物质中释放时，便可转化为动态能，从而对温度产生影响。质量能可完全转化为其他能量形式，使物体质量归零。例如，在正负电子湮灭过程中，两者的全部质量转化为辐射能。类似地，任何基本粒子与其对应的反粒子湮灭时，都会释放出全部质量所对应的能量。反之，在成对产生(pair production)过程中，高能光子在原子核附近可转化为一个正电子和一个电子，表明辐射能可直接转化为物质。这些过程体现了质能等价原理及物质与能量之间的可逆转化关系。

质量与能量之间的转化既可以是自发进行的，也可能依赖特定条件。例如，上文提到的湮灭过程属于自发反应，而成对产生则需要在原子核附近才可发生。在核聚变过程中，氘和氚(两种氢的同位素)之间的核子势能构成了它们总质量的一部分。当发生聚变时，这部分势能被释放，导致系统质量相应减少。在木星内部，这种核势能仍以潜在形式储存，且在正常条件下不会自发释放。相比之下，太阳内部能够自发发生核聚变，释放出这部分势能，产生巨大热量。这也解释了为什么太阳虽然和木星一样富含氢元素，却拥有远高于木星的温度。

基于这一理解，热能(通常与动能相关)应被视为动态能的一种形式，如方程(1)所示。正如下文将论证的，热能并不与温度直接成正比;相反，温度应当反映系统中动态能量的整体水平。质量-能量等价原理揭示了物质的基本特性:系统的大部分内部能量实质上储存在其质量中。因此，内部能应定义为系统的总能量，如方程(2)和(3)所表达的那样。大多数储存在物质中的能量在常规情况下并不会影响温度的测量。然而，当物质能(M)释放出来并转化为动态能(D)时，就会显著影响温度，正如太阳中物质能的释放过程所导致的高温现象。

对温度的常见认知误区

在对动态能与内部能量进行明确界定之后，绝对零度的概念变得更加清晰。然而，关于“温度”的全面理解仍不够充分。当前广泛接受的观点认为，温度直接反映粒子振动的动能，但这一说法存在明显问题。例如，在物质发生相变(如熔化或沸腾)时，尽管系统持续吸收能量，温度却保持不变。这种现象看似悖于直觉:分子挣脱分子间作用力后，其运动自由度和动能均有所增加，理应导致温度升高，但实际上温度在整个相变过程中保持恒定。

根据动态能的定义，在公式1所列的三种动态能中，动能与温度的关联性最弱。尽管动能、势能和辐射能三者共同影响温度，但其中**辐射能**是最活跃、最能量化的部分。根据斯特藩-玻尔兹曼定律(Stefan-Boltzmann Law)，黑体辐射功率P与其绝对温度T的四次方成正比:

$$(4) \quad P = pT^4$$

其中，p是斯特藩-玻尔兹曼常数^[22-23]。该方程为设计温度测量设备提供了理论依据。例如，红外测温仪通过探测目标物体所发射电磁波的辐射强度来推算温度，从而实现非接触式测量。

斯特藩-玻尔兹曼定律可由普朗克辐射定律推导得到，具体方法是先对普朗克公式在频率范围内积分，再在立体角范围内积分^[24-26]。普朗克定律的另一个直接推论是维恩位移定律，该定律指出，不同温度下黑体辐射曲线的峰值波长λ与绝对温度T成反比:

$$(5) \quad \lambda = \frac{b}{T}$$

其中，b表示维恩位移常数。维恩位移定律在日常中也能用到。例如，有经验的面包师可以通过观察火焰颜色判断炉温。在天文学中，该定律常用于遥测天体温度。例如，太阳的辐射峰值波长约为500纳米，根据维恩定律可推算其表面温度约为绝对5,778度。

水银温度计所测得的温度同样反映了辐射能量的作用。当水银原子中的电子吸收辐射能后，会跃迁至更高能级，导致原子体积膨胀，原子间距随之增大，从而引起水银整体的热膨胀。这种膨胀使水银柱上升，其高度经过刻度换算后即可显示温度。类似的原理也适用于其他对热膨胀敏感的测温材料，如酒精等。这一理解应被用于解释有关玻璃球内部温度的问题。

如上所述，系统辐射主要源自其势能成分，因此温度与系统的平均势能密切相关，其关联性显著高于与动能。相变过程实质上是分子间键断裂的过程。当系统吸收能量时，这些分子键被拉伸以储存更多势能，进而提升辐射强度与温度。然而，当键被拉伸至极限、无法继续承载更多能量时，便会发生断裂，引发相变。此时，势能与辐射输出趋于稳定，从而使温度保持恒定。在这一阶段，输入的能量不再增加势能或辐射能，而是用于破坏分子键和分子动能的提升。由于温度反映的是辐射能水平，即使动能持续上升，温度也不会变化。因此，在相变过程中，温度锚定于系统的势能与辐射能水平，而与动能实际上是“脱节”的。

这一认知也解释了为何气体动力学理论在预测比热容方面存在误差：该理论仅考虑了动能的贡献，而忽略了分子间势能的作用。在经典气体动力学理论中，理想气体的比热常常仅由动能项导出^[27-28]：

$$(6) \quad C_m = \frac{3}{2}R$$

其中，R表示摩尔气体常数(8.31J/mol·K)。因此，气体动力学理论预测所有气体的比热应为常数。这一预测在单原子气体中与实验测量结果高度一致，准确度超过99%。然而，对于由多原子分子组成的气体，该理论显著低估了其比热，且分子结构越复杂，理论预测值与实测值的误差越大。例如，对于辛烷(C₈H₁₈)，理论预测的比热仅为实验测得值的约7%，预测错误高达93%。

这一问题长期困扰科学界。麦克斯韦曾提出能量在分子平动、转动和振动三种形式间均分的设想，认为传统动理论仅涵盖了动能的三分之一^[29]。玻尔兹曼在此基础上进行了扩展，引入了“分子自由度”的概念^[30-33]。普朗克与爱因斯坦进一步提出了“零点振荡子”的概念，指出即便在绝对零度下，系统仍具有不可消除的最小量子振动能^[34-35]。后来，开尔文勋爵认为能量均分假设本身可能并不成立^[36-37]，这一观点随后也得到了爱因斯坦的认可^[38-39]。

然而，考虑到化学键的势能后，摩尔比热与键的数量之间呈现出明显的线性关系，如图6所示^[8]。这一观察显示了温度与系统势能成分的紧密关联，同时揭示了温度与动能之间并非直接对应。

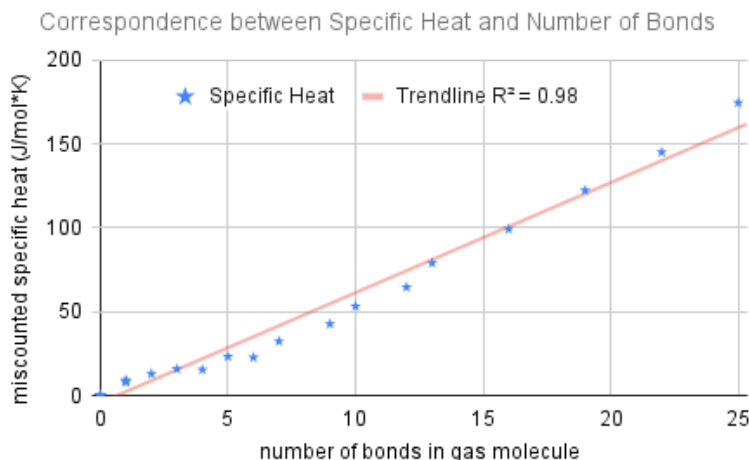


图6: 气体动力学理论预测的摩尔比热误差与化学键数量之间的关系。图中“摩尔比热误差”指的是实测值与气体动力学理论公式 (6) 预测的理论值之间的差值。拟合趋势线的斜率约为 $6.56 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K} \cdot \text{键})$, 拟合优度 R^2 为0.98。

因此, 动能只是动态能的三种组成部分之一, 其对温度的影响是间接的, 主要体现在系统为实现能量平衡而与其他形式的动态能量进行相互作用与能量交换的过程中。正是由于这种间接关系, 才导致了人们对相变、热膨胀, 以及气体动理论对比热预测的常见误解。

结论

理解绝对零度的本质需要区分**动态能**与**物质能**。物质**内在能**通常不参与各种动态能形式之间的持续转化或交换。然而, 需要注意的是, 物质能, 例如核子之间的势能, 在某些条件下(如太阳内部)可以释放, 从而增加动态能并影响系统的温度。动态能包括**势能**、**动能**和**辐射能**, 在系统中不断相互转化。要达到绝对零度, 必须同时将这三种能量降至最小。

温度反映了动态能的水平。理论上, 三种动态能中的任意一种都可以作为测量该水平的指标。实际上, 温度通常是通过系统的辐射输出来推测的, 这与系统的势能密切相关。也有通过势能测量温度的仪器, 例如通过检测物质的电阻率。当前尚无仪器能够直接通过系统的动能来测量温度; 动能仅通过系统趋向平衡时的能量重新分布间接影响温度。

版本更新

- [11/25/2023: 本文在斯坦福初始发布](#)
- [06/08/2024: 进一步概念澄清](#)
- [11/01/2025: 在Zenodo上发表](#)
- [11/14/2025: 前言修订版](#)
- [12/18/2025: 增加相关文章摘要连接](#)

相关文章摘要链接

- <https://cs.stanford.edu/people/zjl/abstractc.html>, PDF
- <https://sites.google.com/view/zjlc/>, PDF
- <https://xenon.stanford.edu/~zjl/abstractc.html>, PDF
- <https://doi.org/10.5281/zenodo.17972005>, PDF

相关文献

- [热力学中的错误概念 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [克鲁克斯辐射计旋转的驱动机制 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [布朗运动的原动力 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [温度是分子平均动能的标志吗? \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [绝对零度的本质 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [能量转换三角 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [热膨胀是由于粒子振动引起的吗? \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [超流体不是流体 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [为什么相变温度保持恒定 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [摩擦为何会产生热量? \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [简明熵概念 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [熵可以减少 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [回归原理 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [金属中是否存在自由电子海? \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [电子通道: 导体超导统一论 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [低温和高温超导统一理论 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [LK-99的局限和意义 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [地球磁场超导起源说 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [关于质量的本质问题 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [从万有引力定律到广义相对论的演化 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [爱因斯坦质能方程的最简单推导 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [如何理解相对论 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [数学并非科学 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [潮汐能并非可再生能源 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [AI 知识污染 \(PDF\) \(中文\)](#)
- [DeepSeek pk ChatGPT \(PDF\) \(中文\)](#)

参考文献

1. Boyle, R. (1665). "New Experiments and Observations Touching Cold". *London*: Printed for John Crook.
2. Gourgy, J.B. (1979), "Charles the Obsecure". *Isis* **70** (254): 576-579.
3. Gay-Lussac, J.L. (1802), "Recherches sur la dilatation des gaz et des vapeurs". *Annales de Chimie*, **XLIII**: 137. [English translation \(extract\)](#).
4. Dalton, J. (1802), "[Essay II. On the force of steam or vapour from water and various other liquids, both in vacuum and in air](#)" and [Essay IV. "On the expansion of elastic fluids by heat."](#) *Memoirs of the Literary and Philosophical Society of Manchester*, vol. 8, pt. 2, pp. 550–74, 595–602.
5. William, T. (1848). "[On an Absolute Thermometric Scale founded on Carnot's Theory of the Motive Power of Heat, and calculated from Regnault's observations](#)". *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*. **1**: 66–71.
6. William, T. (1852), "On the Dynamical Theory of Heat, with numerical results deduced from Mr. Joule's equivalent of a Thermal Unit, and M. Regnault's Observations on Steam", *Philosophical Magazine*, **4**. [Extract](#).
7. Hugh, C., ed. (1911). "[Cold](#)". *Encyclopædia Britannica* (11th ed.). Cambridge University Press.
8. Liu, J.Z. (2023). "[Can Temperature Represent Average Kinetic Energy?](#)", Stanford University. Archived ([PDF](#)). doi:[10.5281/zenodo.17503871](#)
9. Liu, J.Z. (2023). "[Is Thermal Expansion Due to Particle Vibrating?](#)". *Stanford University*. Archived ([PDF](#)). doi:[10.5281/zenodo.17504268](#).
10. Liu, J.Z. (2019), "[The Process Driving Crookes Radiometers](#)", Stanford University. Archived ([PDF](#)). doi:[10.5281/zenodo.17503377](#)
11. Vijay, R.; et al. (2011). "Observation of Quantum Jumps in a Superconducting Artificial Atom". *Physical Review Letters*. **106** (11): 110502. arXiv:[1009.2969](#). doi:[10.1103/PhysRevLett.106.110502](#). PMID [21469850](#).
12. Itano, W.M.; et al. (2015). "[Early Observations of Macroscopic Quantum Jumps in Single Atoms](#)". *International Journal of Mass Spectrometry*. **377**: 403. doi:[10.1016/j.ijms.2014.07.005](#).
13. Liu, J.Z. (2019). "[The Cause of Brownian Motion](#)". *Stanford University*. Archived ([PDF](#)). doi:[10.5281/zenodo.17503671](#)
14. Feynman, R. (1964). "[The Brownian Movement](#)". *The Feynman Lectures of Physics*, Volume I. pp. 41.
15. Einstein, A. (1926). "[Investigations on the Theory of the Brownian Movement](#)". *Dover Publications*.
16. Liu, J.Z. (2023). "[Why Phase Transition Temperature Remains Constant](#)". *Stanford University*. Archived ([PDF](#)). doi:[10.5281/zenodo.17504663](#).
17. Gibbs, P. (1996). "[How Does a Light-Mill Work?](#)". *Usenet Physics FAQ*. Retrieved 8 August 2014.
18. Crookes, W. (1874). "[On Attraction and Repulsion Resulting from Radiation](#)". *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*. **164**: 501–527. doi:[10.1098/rstl.1874.0015](#).
19. Brush, S.G.; Everitt, C.W.F. (1969). "[Maxwell, Osborne Reynolds, and the Radiometer](#)". *Historical Studies in the Physical Sciences*, vol. 1, 1969, pp. 105–125.
20. Yarris, L. (2010). "[Nano-sized Light Mill Drives Micro-sized Disk](#)". *Physorg*. Retrieved 6.
21. Einstein, A. (1905), "[Zur Elektrodynamik bewegter Körper](#)", *Annalen der Physik* (in German), **322** (10): 891–921, Bibcode:[1905AnP...322..891E](#), doi:[10.1002/andp.19053221004](#) ([English translation](#)).

22. Narimanov, E.E.; Smolyaninov, I.I. (2012). "Beyond Stefan–Boltzmann Law: Thermal Hyper-Conductivity". *Conference on Lasers and Electro-Optics* 2012. OSA Technical Digest. Optical Society of America. pp. QM2E.1. doi:[10.1364/QELS.2012.QM2E.1](https://doi.org/10.1364/QELS.2012.QM2E.1).
23. Knizhnik, K. (2016). "[Derivation of the Stefan–Boltzmann Law](#)". *Johns Hopkins University – Department of Physics & Astronomy*.
24. Planck, M. (1914). "The Theory of Heat Radiation". *Masius, M. (transl.)* (2nd ed.). P. Blakiston's Son & Co. [OL7154661M](#).
25. Planck, M. (1915). "Eight Lectures on Theoretical Physics". *Wills, A. P. (transl.)*. Dover Publications.
26. Draper, J.W. (1847). "On the production of light by heat". *London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, series 3, **30**: 345–360.
27. Krönig, A. (1856). "[Grundzüge einer Theorie der Gase](#)". *Annalen der Physik und Chemie* (in German). **99** (10): 315–22. Bibcode:[1856AnP...175..315K](#). doi:[10.1002/andp.18561751008](#). [Facsimile at the Bibliothèque nationale de France \(pp. 315–22\)](#).
28. Clausius, R. (1857). "[Ueber die Art der Bewegung, welche wir Wärme nennen](#)". *Annalen der Physik und Chemie* (in German). **176** (3): 353–79. Bibcode:[1857AnP...176..353C](#). doi:[10.1002/andp.18571760302](#). [Facsimile at the Bibliothèque nationale de France \(pp. 353–79\)](#).
29. Maxwell, J.C. (1875). "The Question of the Atom". *J. Chem. Soc.* (London), Facsimile published in Mary Jo Nye, **1875** (28): 493-508.
30. Reif, F. (1965). "Fundamentals of Statistical and Thermal Physics". *McGraw-Hill*, New York.
31. Carey, V. (1999). "Statistical Thermodynamics and Microscale Thermophysics". Cambridge University Press.
32. Goldstein, H. (1980). "Classical Mechanics". (2nd edition). Addison-Wesley.
33. Boltzmann, L. (1895). "On Certain Questions of the Theory of Gases". *Nature*, **51** (1322): 413-415.
34. Planck M. (1901). "On the Law of the Energy Distribution in the Normal Spectrum". *Ann. Phys.*, **4** (553): 1-11.
35. Einstein, A. and Stern, O. (1913). "Some Arguments for the Assumption of Molecular Agitation at Absolute Zero". *Ann. Phys.*, **40** (551) 551-560.
36. Thomson, W. (1904). "Historical and Philosophical Perspectives". *Baltimore Lectures*. Baltimore: Johns Hopkins University Press. Sec. 27.
37. Rayleigh, J.W.S. (1900). "The Law of Partition of Kinetic Energy". *Phil. Mag.*, **49**: 98–118.
38. Pais, A. (1982). "Subtle is the Lord". *Oxford University Press*. Oxford UK.
39. Armin, H. (1971). "The Genesis of Quantum Theory (1899–1913)". (translated by Claude W. Nash), Cambridge, MA.