

金属中是否存在自由电子海？

刘正荣

ZJL@CS.Stanford.EDU

此内容由人工智能(AI)辅助翻译，若未达意，请查阅[原文](#)

摘要

广泛接受的BCS超导理论面临的挑战可能源于其基于自由电子海和金属键的隐含错误观念。根据传统观点，导体电阻源自其中的自由电子在移动过程中的热振动与碰撞。在此隐含假设下，BCS理论提出，电子能够形成耦合的库珀对可以减少振动与散射，从而减小电阻实现超导。然而，若自由电子确实承担金属键的结合功能，当电流通过时电子流动，金属结构又如何保持稳定呢？这一悖论成为对传统模型的关键挑战。这些理论面临的挑战还在于无法解释压力对电阻率和超导性产生的影响。为摆脱这些困境，一种新的理论提出：导体内部存在等势“电子通道”(electron tunnel)。这些通道形成于相邻分子之间，允许电子在相同能级上跨分子移动，形成电流。与传统模型不同，该理论认为导体中的电子并非真正自由，而是主要局限于各自原子的轨道中，其能量低于电子通道。将电子提升至通道需消耗能量，表现为电阻。通过压缩分子间距，可减小价电子轨道与通道之间的差距，从而降低电阻。随着压力增加，这种差距趋近于零，电子通道与价轨道重叠，电子自然处于电子通道中，无需额外能量即可流动，成为真正的自由电子，实现零电阻状态，即超导。该理论能系统解释诸多超导现象，包括迈斯纳效应、临界电流密度、临界磁场、电阻率随压力降低的趋势，以及高温超导体常在高压下实现的事实。据此，压缩分子间距成为实现室温超导的关键路径。最理想的策略，是通过分子结构设计利用特定分子间的引力，以进一步缩小间距，促进超导转变。

前言

一些根深蒂固的基本误解早已渗透进科学的多个领域，潜移默化地影响了我们对现象的观察与理解，进而在理论创新、技术进步乃至文明演化方面造成了限制甚至阻碍。以能源问题为例，能源短缺长期制约着经济发展，并与环境危机紧密相连，因当前的绿色替代方案尚难以满足需求。从更宏观的角度来看，能源的局限性最终成为限制宇宙各文明持续发展的关键因素。

聚变反应被视为清洁能源的重要解决方案。在托卡马克聚变反应堆的设计中，关键任务之一是通过磁场有效约束反应堆内的带电粒子。然而，使用常规导体线圈产生强磁场往往消耗巨大的能量。因此，能够在相对宽松的温度和压力条件下运行的超导材料，是实现托卡马克反应堆能量收支平衡的关键。

对电阻本质的误解，或许正是阻碍超导发现以来一百余年仍难以实用化的关键。无论是电阻还是金属键的传统模型，其核心都源于“导体中存在自由电子”的假设。人们普遍认为，导体中的电子可从原子中脱离，形成所谓的“自由电子海”；这些电子在金属结构中充当阳离子晶格间的粘合剂，形成所谓的“金属键”。电阻则被解释为电子流动过程中与其它粒子发生碰撞所产生的能量耗散。然而，尽管这些模型长期被广泛接受，其核心假设至今仍缺乏直接的实验验证和确凿的证据支持。

本文将深入剖析一系列根深蒂固的误解，包括电子海模型、金属键、电阻机制以及BCS (Bardeen-Cooper-Schrieffer) 超导理论。在此基础上，提出一套统一理论，不仅有助于澄清上述误区，还能系统解释高低温超导现象，并将绝缘体、导体与超导体的行为纳入同一物理机制之下。更重要的是，该理论为合成室温超导材料提供了关键思路和策略。

此外，基于对超流体研究的相关发现，本文提出“压缩键”作为金属键的替代机制，并预测其是金属中分子结合的根本原因。这种键合形式可合理解释金属常见的多种物理特性，包括不透明性、金属光泽、延展性、高密度、抗拉和抗剪强度，以及优异的导电性与导热性。

自由电子海与金属键并不存在

传统导体模型认为，价电子可从原子中脱离，形成一个自由移动的“电子海”。每个原子因此失去至少一个电子，成为带正电的阳离子。这些自由电子被视为连接阳离子的“胶合剂”，构成金属键，进而维持导体晶格的稳定结构。同时，该模型认为，电子在晶格中自由移动，从而形成电流。

然而，这一模型内含两个自相矛盾的设定：一方面，电子需作为局域结构的黏合剂，维持阳离子晶格的稳定；另一方面，它们又需具备高自由度以流动形成电流。也就是说，电子在模型中被赋予了既“定域”又“自由”的双重角色，这在逻辑是不能自治，在物理上难以实现。

此外，模型默认阳离子在电子“海”中固定不动，却缺乏明确机制来约束这些阳离子的运动。倘若自由电子真是阳离子间的唯一黏合机制，那么一旦电子被移除，阳离子应因相互排斥而导致晶格结构解体。但事实上，即使电子在导体中流动，结构依然稳定。这一现象说明所谓“电子海”所提供的结合力，远不足以解释导体的高稳定性。

实际上，金属导体具有极高的结构稳定性，表现出优异的抗拉、抗剪等力学性能，表明其分子间必定存在更强而稳定的内聚机制。因此，关于“自由电子海”与“金属键”的传统模型，与实际观察存在根本冲突，亟需重新审视和反思这些长期被广泛接受的误区。

电阻模型与BCS理论面临的挑战

基于“自由电子”概念，德鲁德 (Drude) 模型进一步提出了关于电阻的经典解释^[1]。该模型认为，自由电子在导体中流动形成电流，而电阻则源自电子与导体晶格的碰撞，如图1所示。每次碰撞会导致电子耗散部分能量，从而产生电阻。

该模型还用于解释电阻与温度之间的关系：温度升高会增强晶格原子的热振动，进而增加电子发生碰撞的几率，导致电阻随之上升。

然而，如果德鲁德模型合理，则应预期高密度材料具有更高的电阻。随着外部压力的增加，分子排列愈加紧密，电子与晶格发生碰撞的几率理应提高，从而导致电阻上升。但实际观察结果恰恰相反：电阻与压力之间呈现出显著的负相关关系^[2-4]。

该电阻模型还面临一个直观且关键的挑战。撇开自由电子运动对结构稳定性可能造成的问题，若假设金属中存在将分子结合在一起的金属键，则意味着分子间存在库仑力相互作用，即分子间空间并非真空，而充满了电场。带负电的电子必然受到这些电场的作用，因此无法如图1所示那样自由穿梭于分子之间。

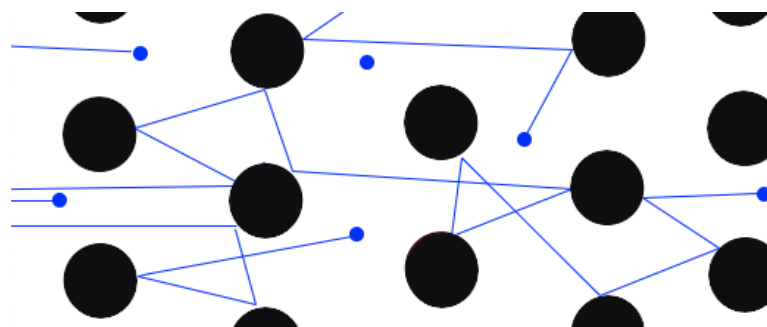


图1: 德鲁德电阻模型

电子要与晶格发生碰撞，必须被加速到极高能量，才能穿越分子间的电场并保持直线路径。产生如此高能量的电子束流，需施加极高电压，类似于汤姆孙阴极射线^[5]或卢瑟福散射实验^[6]中使用的电压水平。而导体中常见的电压远不足以使电子达到这种能量，因而电子不具备高速运动的条件。换言之，电子极不可能与晶格发生直接碰撞。实际上，在无外加电场或磁场时，电子通常被限制在各自原子的轨道内，无法自由流动。

广泛认可的BCS超导理论隐含地基于传统电阻模型。该理论认为，超导现象源于电子通过电子-声子相互作用形成库珀对，这种相互作用稳定电子并减少碰撞，从而降低电阻。然而，该模型的根本性挑战在于其假设自由电子会吸引邻近原子核，形成高密度的正电荷区域。实际上，每个原子核周围被电子云包围，在短距离内排斥其他电子。因此，自由电子不仅不会吸引邻近原子核，反而会将其排斥，形成低密度的正电荷区域。此矛盾对电子-声子相互作用作为库珀对形成核心机制的物理合理性提出了质疑。

对BCS理论的另一挑战在于，电子-声子相互作用通常被认为只在低温下才能发生。随着温度升高，电子与晶格的振动增强，导致相互作用减弱。然而，自1986年以来，陆续发现了临界温度远超BCS理论预测上限的高温超导体^[8-12]。在高温条件下，库珀对不稳定并易于解体。此外，大多数高温超导体是在高压环境下合成的，而BCS理论无法解释高压对超导性的促进作用。

巧合的是，传统电阻模型在高压条件下同样面临挑战——电阻随压力增加反而下降。这表明，超导现象在此类条件下的异常表现，可能源于传统电阻模型中类似的错误假设。这些误区可能误导科学研究，阻碍了对电阻及超导机理的正确认知，从而延缓了室温超导体的发现与合成进程。

电阻与超导的统一理论

这些理论在高压条件下对电阻率和超导现象的失效，可能并非偶然，而是源于电阻碰撞模型的错误概念，以及对自由电子与金属键的误判。在摒弃这些认知偏差的基础上，我们提出了“[低温与高温超导统一理论](#)”^[13]。该理论认为，电阻与超导并非由不

同模型主导，而是源于共同的物理机制。新理论引入了等势“电子通道”的概念(见图2)，即在相邻分子间形成的能级一致的通道，电子可在其中跨分子移动，从而形成电流。

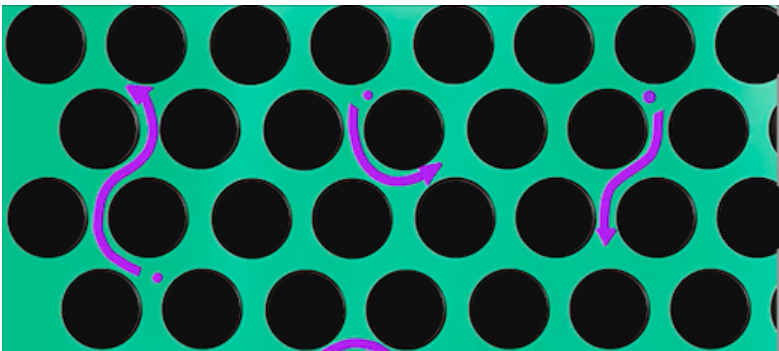


图2: 分子间的电子通道

下面是一个用于直观理解超导性的思维实验：设想两个彼此分离的氢原子。当它们相距较远、未发生相互作用时，电子云均匀地分布在各自的质子周围。当它们靠近时，电子云开始相互干扰并发生形变，进而产生吸引力。当距离足够近时，一个原子的电子云可能包围另一个原子的质子，反之亦然，从而形成共价键，这便是普通氢气分子。这时，它们的电子已经跨越了原子边界，自由穿梭在两个原子之间。因此，共价键可以视为这两个原子之间的“电子通道”。然而，在这种状态下，电子仍被局限于这两个原子之间，无法在更大范围内自由移动。

现在，设想将两个氢分子以垂直方式相邻放置。要使它们进一步靠近，需要施加外部压力。在足够高的压力下，四个氢原子将排列成一个四面体结构，彼此间距相等。此时，电子可在四个原子之间形成四向共价键，自由地在它们之间移动。这种多向共价结构实质上构成了一个涵盖四个原子的“电子通道”。当固态氢中所有原子都以这种方式排列时，电子即可在相邻原子之间无阻流动，从而实现超导。

与超导体不同，普通导体中通常不存在自由移动的电子或持续电流。电子大多被束缚在各自的分子原子中，如图2中的黑色单元所示。分子间虽存在电子通道(图中紫色路径)，但这些通道并未与分子的价轨道重叠。要产生电流，必须提供能量将电子从价轨道提升至这些电子通道中，这一能量消耗体现为电阻。当电子返回原分子单元的空穴时，其提升能量以电磁波的形式释放，表现为电阻热。因此，电阻实质上反映了电子从价轨道跃迁至电子通道以形成电流所需的能量支出。

通过压缩分子间距，可以减小价轨道与电子通道之间的差距，从而降低电子跃迁至通道所需的能量，进而降低导体的电阻。随着压力进一步增加，该差距可减小到零，使价轨道与电子通道发生重叠。此时，电子自然位于通道中，无需额外能量即可在分子间移动，电阻因此降为零，从而实现超导现象。这一机制不仅解释了电阻率与压力之间的反比关系，也揭示了为何许多高温超导体需在高压下才能获得的重要原因。

随着温度降低，电子跃迁至更低能级轨道，分子间排斥力减弱，分子间距随之缩小。在此条件下，环境压力作用增强，产生类似加压的压缩效应，进而降低电阻。许多材料在足够低温时会发生超导转变。此过程解释了电阻率与温度的关系，也揭示了传统超导体为何多见于低温环境。

在绝缘体中，由于某些分子间距较大，电子通道无法连通。施加压力可缩小分子间距，形成新的电子通道将已有通道连通。这解释了为何部分陶瓷材料在高压下能转变为超导体。电子通道可视为分子间高能轨道上的共享路径：在绝缘体中路径是不连通；在导体中路径相连，但能级高于价轨道；在超导体中则与价轨道重叠。三者的本质差异在于分子间距的不同。

分子间距是受压力和温度共同调控的动态因素，因此材料的电阻与压力和温度密切相关，共同决定了物质的电学状态。基于这一机制，电子通道理论将绝缘体、导体和超导体视为物质在不同压力和温度条件下的不同电阻态(见图3)。这些状态间的相变由分子间距决定，进而影响价轨道与电子通道的距离、连通性，而这些因素又受压力与温度的调节。

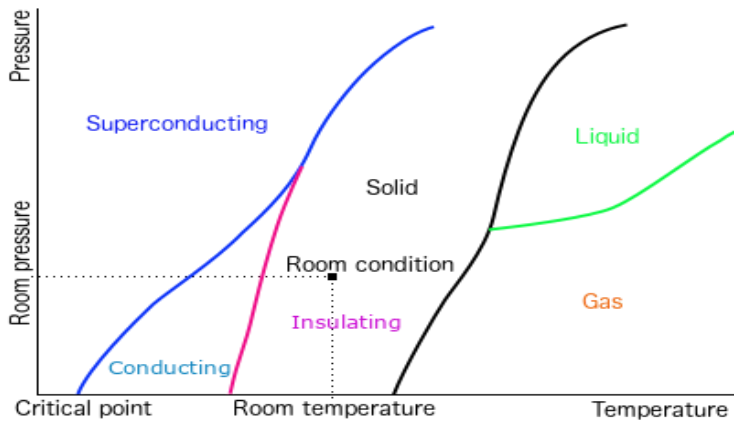


图3: 电阻相图，显示超导态、导电态与绝缘态的转变边界，以及常规态的相变界限。

此外，该理论还对多种超导现象提供了全面解释，包括迈斯纳效应的成因、临界电流密度的限制机制，以及临界磁场对温度的依赖关系。电子通道的概念进一步说明了为何某些材料的超导性可能沿特定维度或晶面方向出现。根据该理论，超导是一种在高压下普遍存在的常态物质形式。因此，理论预测超导物质广泛存在于大型行星内部，并可能是其磁场的成因——这一假设不仅有助于解释地球磁场的起源，也为理解其他行星的磁场提供了新思路^[14]。

按照该理论，实现室温超导的关键在于压缩分子间距。然而，分子间的排斥力构成了主要障碍。尽管外加高压是目前获得高温超导体的常用手段，但这种方法在实际应用中并不现实。更理想的途径是通过分子结构设计，利用特定分子间的吸引力来对抗排斥，从而实现无需极端压力的有效压缩，为室温超导的实现提供可行方案。

压缩键的预测

没有自由电子海以及金属键，是什么吸引力维系着金属中分子的稳定结构？这一作用可能由一种新预测的键——压缩键（compression bond）承担，该预测最早在一项关于超流研究中提出^[15]。

在普通液体中，普遍存在分子间吸引力，粘滞性不可避免。然而，在超流体中粘滞性却完全消失，因为其分子间几乎没有引力。这种状态在大多数物质中极为罕见且难以实现。氦-4由于其结构简单且高度对称，几乎不受除伦敦色散力之外的分子间相互作用影响，而伦敦力是已知最弱的分子间作用力。当温度降低时，电子紧缩至更低能级轨道，电子云的色散程度减小，使

伦敦力进一步减弱。最终在绝对2.17度时，这种微弱的吸引力趋于消失(如图4B所示)。在此状态下，氦进入超流相，由于缺乏分子间吸引，粘滞性随之消失。从本质上讲，超流体并非传统液体，而是一种由相互独立的粒子组成的无粘滞体系。

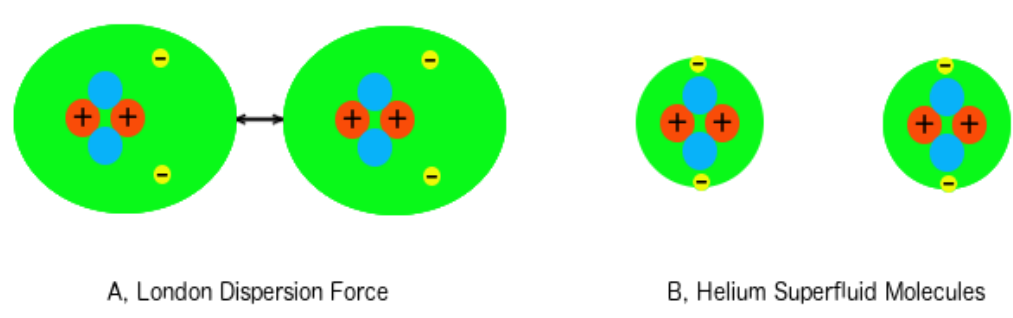


图4:超流体中分子间引力与粘滞性的消失。A) 氦原子唯一轨道充满了两个电子，分子间只有伦敦色散力，这种微弱作用导致液态氦具有粘滞性。B) 低温时，电子跃迁至更低能级轨道，电子云色散减弱，分子间引力逐渐消失。

理解超流体中分子间引力的消失，有助于解释许多观测现象。这种缺乏内聚力也说明了仅通过降低超流体温度而不施加额外压力，无法形成固态。然而，在高压条件下(>2.5兆帕)，氦-4在绝对1至1.5度范围内形成固体^[16-17]。在低于2.17度且常压下，氦-4通常处于超流相，分子间几乎无引力。能形成固体表明分子间存在吸引力。因此，氦在高压下诱发了分子间的吸引力。此外，氦在室温下也能固化，但需极高压力(>113吉帕)^[18]。常压室温下，伦敦色散力主导分子间相互作用；而在极高压力下形成的固体则表明，一种不同于伦敦色散力的键合力发挥了主导作用。

氦在高压下形成固体表明，施加的压力诱发了一种不同于低压下伦敦色散力的新型分子间吸引力。这种新的键合机制被称为“压缩键”，最早在《[超流体不是流体](#)》一文中提出。在高压条件下，氦分子受压缩作用，电子云沿着两个质子之间的轴线收缩，以抵抗来自邻近分子电场的排斥力，如图5A所示。电子云的这种形变导致电子密度在不同方向上分布不均，形成局部电场：质子轴线两端带正电，而垂直于该轴线的平面外围则带负电。该电场差异产生分子间的吸引力。在这种吸引力的驱动下，分子重新排列以降低势能，最终稳定在一种如图5B所示的结构。

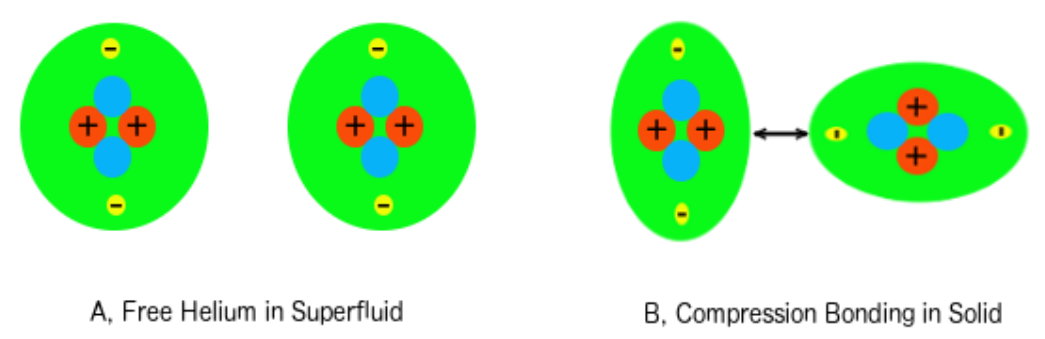


图5:压缩键的形成。A) 常压下，降低温度导致分子吸引力消失，氦转变为超流体，但无法形成固体。B) 高压下，电子云沿两个质子间的轴线发生收缩，导致电子密度在各方向分布不均，产生局部电场，产生分子间的引力。

这些压缩键可能是氢在高压下形成固体的关键因素，也有可能存在于其他元素组成的固体中。例如，当氢在约400吉帕的极高压力下，其共价键可能被压缩键所替代，使氢从双原子分子态转变为金属态^[19-20]。

此外，金属中的分子很可能主要通过这种压缩键结合而成。与氢原子相比，金属原子体积更大，涉及p、d甚至f轨道，其电子云更易变形，因此无需施加极高压力也能形成压缩键。氢原子的电子结构高度对称，只有在高压下电子云才会发生显著变形；而金属原子的电子云本身就具有较强的不对称性和形变倾向，使压缩键成为金属分子间的一种天然吸引机制。

压缩键与伦敦色散力虽然都涉及电子云的形变，但二者在多个方面存在本质区别。首先，伦敦色散力通常在低压下产生，表现为电子云的外扩；而压缩键则形成于电子云被强烈压缩的状态，尤其对于小原子，往往需要高压才能诱发。其次，伦敦色散力是最弱的分子间作用力，而压缩键的强度则非常高。最后，伦敦色散力多见于低密度的非金属物质，而压缩键则普遍存在于高密度的金属材料中。

压缩键的特性

压缩键形成的材料通常具备以下几个显著特征：首先，延展性和可锻性是压缩键材料的典型表现。不同于共价键和离子键在受力时容易断裂、使材料变脆，压缩键源于电子云在分子间的变形。当材料受到外力作用时，电子云可以进一步自然变形，从而吸收应力并避免断裂。压缩键允许分子间发生相对滑移，并能迅速与邻近分子重新形成键结，这种灵活性赋予材料优异的延展性和可塑性。因此，金属普遍表现出良好的延展性。而在如钢这类合金中，微量的碳原子会与铁形成刚性的共价键，限制了晶格的变形能力，从而降低延展性与可锻性。这正是许多工程合金所需要的强化效应。

其次，压缩键结构中的分子排列非常紧密，电子通道与价轨道之间的能量差较小，使电子更容易被激发进入电子通道，从而表现出较低的电阻。这一特性意味着具有压缩键的材料在高压下具有成为超导体的潜力。但这并不意味着所有金属在高压下都易于转变为超导体，因为其价电子云可能需要较大程度的形变才能与电子通道重叠。相比之下，一些陶瓷材料由于其分子结构特性，更容易在压力作用下形成重叠，从而转变为超导状态。

此外，由于分子排列紧密，压缩键材料往往具有高密度、高光泽，且通常呈不透明状态。其紧凑结构还使热能够高效传导，因此具备优异的热导率。这些特性正是金属材料的典型物理表现。

结论

从“自由电子海”的设想，到将金属键视为电子“胶水”的模型，再到电阻的碰撞理论及以库珀对解释超导现象的观点，这一系列根深蒂固的误解和概念偏差，可能长期误导了人们对导电性和超导性的认识。这些偏差不仅限制了理论的深化，也阻碍了关键技术的突破，或许正是导致真正实用的超导材料在超导现象发现一个多世纪后仍未广泛实现的原因。如今，随着新模型与新理论的提出，有望为我们提供更清晰的方向，推动室温超导材料的设计与实现迈出实质性步伐。

版本更新

- [06/25/2024: 本文在斯坦福初始发布](#)
- [11/01/2025: 在Zenodo上发表](#)
- [12/18/2025: 增加相关文章摘要连接](#)

相关文章摘要链接

- <https://cs.stanford.edu/people/zjl/abstractc.html>, [PDF](#)
- <https://sites.google.com/view/zjlc/>, [PDF](#)
- <https://xenon.stanford.edu/~zjl/abstractc.html>, [PDF](#)
- <https://doi.org/10.5281/zenodo.17972005>, [PDF](#)

相关文献

- [热力学中的错误概念 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [克鲁克斯辐射计旋转的驱动机制 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [布朗运动的原动力 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [温度是分子平均动能的标志吗? \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [绝对零度的本质 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [能量转换三角 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [热膨胀是由于粒子振动引起的吗? \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [超流体不是流体 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [为什么相变温度保持恒定 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [摩擦为何会产生热量? \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [简明熵概念 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [熵可以减少 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [回归原理 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [金属中是否存在自由电子海? \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [电子通道: 导体超导统一论 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [低温和高温超导统一理论 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [LK-99的局限和意义 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [地球磁场超导起源说 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [关于质量的本质问题 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [从万有引力定律到广义相对论的演化 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [爱因斯坦质能方程的最简单推导 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [如何理解相对论 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)

- [数学并非科学 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [潮汐能并非可再生能源 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [AI 知识污染 \(PDF\) \(中文\)](#)
- [DeepSeek pk ChatGPT \(PDF\) \(中文\)](#)

参考文献

1. Drude, P. (1900). "[Zur Elektronentheorie der Metalle](#)". *Annalen der Physik*. **306** (3): 566–613. doi:[10.1002/andp.19003060312](#).
2. Machado, A.; et al. (2012). "[Defect Structure Versus Superconductivity in MeB₂ Compounds \(Me = Refractory Metals\) and One-Dimensional Superconductors](#)", doi:10.5772/48625.
3. Vaidya, R.; et al. (2003). "[Effect of pressure on electrical resistance of WSe₂ single crystal](#)". *Pramana -- Journal of Physics*, Vol. 61, No. 1, pp. 183-186.
4. Souza, E.; et al. (2006). "[Improvement of metallic joint electrical conductivity using a novel conductive paste produced from recycled residues](#)". *Rev. Esc. Minas* Vol. 59, No. 2.
5. Thomson, J. J. (1897). "[Cathode rays](#)". *Philosophical Magazine*. **44**: 293.
6. Rutherford, E. (1911). "[LXXIX. The scattering of \$\alpha\$ and \$\beta\$ particles by matter and the structure of the atom](#)" (PDF). *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*. **21** (125): 669–688. doi:[10.1080/14786440508637080](#). ISSN [1941-5982](#).
7. Bardeen, J.; et al. (1957). "[Theory of Superconductivity](#)". *Physical Review*. **108**. p. 1175. doi:[10.1103/physrev.108.1175](#).
8. Bednorz, J.G. & Müller, K.A. (1986). "Possible high T_c superconductivity in the Ba-La-Cu-O system". *Z. Phys. B*. **64** (1): 189–193. doi:[10.1007/BF01303701](#).
9. Wu, M.K.; et al. (1987). "Superconductivity at 93 K in a New Mixed-Phase Y-Ba-Cu-O Compound System at Ambient Pressure". *Physical Review Letters*. **58** (9): 908–910. doi:[10.1103/PhysRevLett.58.908](#). PMID [10035069](#).
10. Drozdov, A.; et al. (2015). "[Conventional superconductivity at 203 kelvin at high pressures in the sulfur hydride system](#)". *Nature*. **525** (2–3): 73–76. arXiv:[1506.08190](#).
11. Schilling, A.; et al. (1993). "Superconductivity above 130 K in the Hg-Ba-Ca-Cu-O system". *Nature*. **363** (6424): 56–58. doi:[10.1038/363056a0](#).
12. Takahashi, H.; et al. (2008). "Superconductivity at 43 K in an iron-based layered compound LaO_{1-x}F_xFeAs". *Nature*. **453** (7193): 376–378. doi:[10.1038/nature06972](#). PMID [18432191](#).
13. Liu, J.Z. (2019). "[Unified Theory of Low and High-Temperature Superconductivity](#)". *Stanford University*. Archived (PDF). doi:[10.5281/zenodo.17507669](#).
14. Liu, J.Z. (2019). "[Superconductor Origin of Earth's Magnetic Field](#)". *Stanford University*. Archived (PDF). doi:[10.5281/zenodo.17507914](#).
15. Liu, J.Z. (2021). "[Superfluids Are Not Fluids](#)". *Stanford University*. Archived (PDF). doi:[10.5281/zenodo.17504327](#).
16. Keesom, W. H. "Solidification of helium". *Nature*, **118**, 81 (1926).

17. Keesom, W. H. "Solid helium". *Communications from the Physical Laboratory at the University of Leiden*, **17** (184) (1926).
18. Pinceaux, J. P.; et al. "[Solidification of helium, at room temperature under high pressure](#)". *Journal de Physique Lettres*. **40** (13), 307–308 (1979). doi:[10.1051/jphyslet:019790040013030700](#).
19. Ashcroft, N. W. "The hydrogen liquids". *Journal of Physics: Condensed Matter*. **12** (8A), A129–A137 (2000). Bibcode:[2000JPCM...12..129A](#). doi:[10.1088/0953-8984/12/8A/314](#).
20. Bonev, S. A.; et al, "A quantum fluid of metallic hydrogen suggested by first-principles calculations". *Nature*. **431** (7009), 669–672 (2004). arXiv:[cond-mat/0410425](#). Bibcode:[2004Natur.431..669B](#).