

关于质量的本质问题

刘正荣

ZJL@CS.Stanford.EDU

此内容由人工智能(AI)辅助翻译, 若未达意, 请查阅[原文](#)

摘要

惯性质量传统上被视为物质的固有属性, 且不受外界影响。然而, 我们提出惯性源于宇宙中所有物质所产生的引力作用的累积效应。在这一理论框架下, 引力质量与惯性质量拥有共同的引力起源, 从而为爱因斯坦等效原理中所揭示的两者等价性提供了自然的解释。此外, 该观点也对标准模型中将惯性质量归因于希格斯机制的必要性提出了质疑。

前言

质量作为物理学七大基本量之一, 在众多物理定律和原理中占据核心地位, 是科学技术的基石, 其影响贯穿于日常生活的方方面面。然而, 我们对质量的本质究竟了解多少? 在物理学中, 质量可指引力质量、惯性质量或有效质量。为何存在这些区分? 它们是否反映同一物理实在? 这些深刻而基础的问题, 正是物理学的核心, 每一个问题具有诺奖级的复杂及深度。

本文将探讨部分相关问题, 重点关注相对论与标准模型之间的矛盾。相对论包括狭义和广义相对论, 作为成熟且被大量实验证实的理论框架, 已被广泛接受。标准模型则是描述基本粒子及其相互作用的最成功理论。然而, 这两大理论体系在质量的处理上存在根本性差异, 暴露了我们对质量本质理解上存在误区。

引力质量

重力以“重量”的形式呈现, 是一种连飞鸟都能本能感知并灵巧应对的力量。然而, 人类却用了数千年才逐步揭示它的真实本质。古代的亚里士多德认为, 石块之所以下落, 是因为它们倾向于回到自身的“自然位置”^[1]。近两千年后, 伽利略通过系统实验推翻了这一观点, 精确观测了物体下落与滚动的运动规律^[2]。与此同时, 约翰内斯·开普勒则通过对行星运动的研究, 总结出三大行星运动定律, 揭示了引力在宇宙尺度上的一致性与秩序^[3]。

在前人研究的基础上, 艾萨克·牛顿提出, 支配行星运行的原理同样适用于月球的运动, 乃至地球上的一切物体^[4]。他将自己的运动定律与严密的数学推导相结合, 建立了一个统一的理论框架, 不仅系统解释了开普勒的经验定律, 还进一步拓展了它们的适用范围。这一工作最终在1687年达到了高潮, 牛顿提出了著名的万有引力定律: 任意两个物体之间都存在一股相互吸引的力, 其大小与两者质量的乘积成正比, 与它们之间距离的平方成反比。该关系可用如下数学形式表示:

$$(1) \quad F = G \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

在该公式中, F 表示两个质量分别为 m_1 和 m_2 、间距为 d 的物体之间的引力, G 是万有引力常数, 数值约为 $6.67 \times 10^{-11} \text{m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2$ 。

这一定律标志着人类对引力认知的重大飞跃。我们如今知道，物体的重量来自其质量与地球之间的引力作用。然而，这又引出一个更深层的问题：质量为何会相互吸引？尽管引力是四种基本相互作用中最直观、最常见的一种，却仍是最神秘的。与其他三种基本力不同，引力尚未被纳入粒子物理的标准模型。人们曾提出引力子这一假想粒子，作为引力的量子媒介，但迄今尚无实验证据支持其存在^[6]。此外，将当前主导的引力理论——广义相对论——与量子力学相统一的努力，至今仍面临深刻的理论困境^[6]。弦论虽被视为可能的统一方案，但目前仍属于推测，尚缺乏直接的实验验证^[7-9]。

惯性质量

从直觉上讲，越重的物体越难以加速。这种对运动状态改变的抵抗，正是由惯性质量所决定。惯性质量描述的是物体在受力作用下抵抗加速度的能力，它出现在牛顿第二运动定律中^[4]：

$$(2) \quad F = ma$$

在该公式中， m 表示物体的惯性质量， F 为外力， a 是由此产生的加速度。为了揭示惯性质量的来源，粒子物理的标准模型引入了希格斯玻色子——一种与希格斯场相关的基本粒子。希格斯场是一种被认为充满整个宇宙的能量场，当粒子与其发生相互作用时，便获得质量，体现为对加速的抵抗。希格斯场常被比喻为“宇宙糖浆”，阻碍粒子的运动，从而赋予它们惯性质量。

相比之下，引力质量决定物体产生或感受引力的能力。因此，惯性质量和引力质量本质上属于两种不同的物理属性：惯性质量是物体的内在固有特性，其数值独立于外部环境；而引力质量则是一种外在性质，其大小取决于与外部物体的相互作用。

虽然惯性质量和引力质量本质不同，但人们普遍观察到，质量越大的物体越难以移动。实际上，所有已知实验都表明，这两种质量在数值上完全一致。那么，为什么它们会相等或如此紧密相关？这难道仅仅是偶然巧合吗？

爱因斯坦坚信惯性质量与引力质量的关联绝非巧合，他提出这一现象反映了自然界深刻且根本的规律。这个被称为等效原理的重要思想，奠定了广义相对论的理论基础^[11-12]。

在爱因斯坦著名的电梯思想实验中，设想一个人处于封闭的电梯内。若电梯处于自由下落状态，该人将体验到失重，无法判断自己是在地球引力作用下下落，还是在深空中自由漂浮。反之，若电梯静止于地面，或在太空中以约9.8米每秒平方的加速度向上运动，电梯内的人会感受到一股力量将其压向地板。在这两种情况下，电梯内的物理感受完全无法区分；仅凭内部观察，无法判断该力是由引力还是加速度引起。这一等效原理构成了爱因斯坦广义相对论的核心基础。

广义相对论已被大量实验和天文观测所验证，包括引力导致的光线弯曲和水星轨道的进动，为该理论提供了坚实的实证基础。如果广义相对论成立，那么引力质量与惯性质量的等效必然反映出更深层的物理联系。这也带来了一个引人深思的可能性：两者或许源自同一根本机制。

等效质量

另一层复杂性来自于等效质量的概念。不同于以机械作用表现的引力质量和惯性质量，等效质量反映的是系统所包含的能量。这种质量形式体现在爱因斯坦的质能等价方程中，体现了狭义相对论的基本原理^[13-14]。

$$(3) \quad E = mc^2$$

在该公式中，E表示系统的总能量，m为其有效质量，c是光速。数学上，该公式等价于：

$$(4) \quad m = \frac{E}{c^2}$$

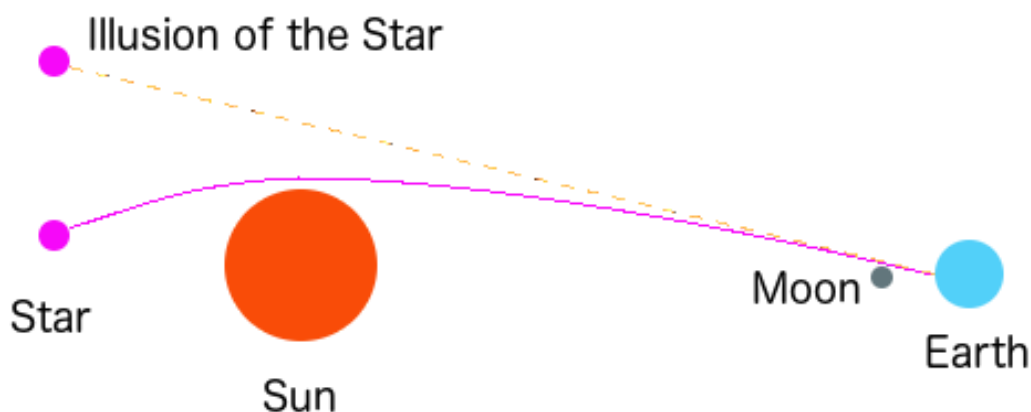
这表明，一个系统的等效质量完全取决于其总能量。更深层次地讲，这揭示了一个根本真理：质量与能量是同一物理量的两种表现形式。因此，系统的总等效质量不仅包含组成粒子的静质量，还包括动能、势能乃至辐射能的贡献。例如，充满电的电池由于化学键中的额外势能，理论上应比放电后的电池略重，但由于能量差需除以光速平方，质量变化极其微小，难以被普通仪器检测到。相比之下，原子核中束缚核子的结合能巨大，导致核反应前后的质量差异明显，已被实验所证实。

此外，质能等价还表明，在特定条件下，质量和能量可以相互转换。例如，太阳内部的氢聚变过程中，少量质量转化为巨大能量；电子与正电子湮灭时，二者的全部质量转化为纯辐射能。更一般地，任何基本粒子都能与其反粒子湮灭，释放等同于其总质量的能量。反之，在对生过程中，高能光子在原子核附近与物质相互作用，产生电子和正电子，体现了能量生成物质的过程。这些现象从两个根本层面验证了质能等价：质量与能量可互相转换，且二者反映了物理系统的同一属性。

光的引力质量

在更深层次上，质能等价同样适用于引力作用。具体而言，与能量对应的等效质量也会产生引力效应。正如物体经过另一巨大天体时轨迹会发生偏转，运动的能量的路径也应如此。由于光携带能量，因此具等效质量，应该也受到引力影响。这引出了一个有趣的问题：光不仅会被引力作用，是否也能对引力产生影响？虽然我们通常认为光沿直线传播，但质能等价预示着在强引力场中，光的路径会发生弯曲。这个曾令人难以置信且颇为反直觉的预言，最终得到了天文观测的证实。

天文学家曾绘制恒星相对于太阳和地球的位置图。在一个著名案例中，从地球视角看，一颗恒星正好位于太阳正后方（见下图）。若光线沿直线传播，该恒星的光将被太阳遮挡，无法从地球观测到。然而，在一次日食期间，当太阳强烈的光芒被短暂遮挡时，这颗恒星得以显现。令人惊讶的是，观测到的恒星位置出现偏移，沿图中虚线所示路径偏离了直线轨迹。这一现象揭示了恒星光线被太阳引力场弯曲的事实^[15-16]。



引力对光线的弯曲类似于一种光学透镜现象，被称为引力透镜效应^[17-18]。这一效应如今已广泛出现在现代望远镜拍摄的天文照片中，如詹姆斯·韦伯空间望远镜。在极端情况下，靠近超大质量天体(如黑洞)时，引力能够极大地弯曲光线路径，甚至使光线完全无法逃逸。由于没有光线能从中射出，这些天体因此变得不可见，也因此得名“黑洞”^[19]。

有人或许会认为，光线在巨大天体附近发生弯曲，完全是爱因斯坦广义相对论所描述的时空弯曲所致。然而，这种观点存在以果溯因的逻辑问题。广义相对论中的时空弯曲概念，是建立在等效原理基础之上的。该原理假设质量与能量等价，惯性质量与引力质量等同。能量具有引力效应这一点，是等效原理的内在要求，而非时空弯曲的推论结果。正是这种假设，为广义相对论中的时空几何结构提供了基础。

光的惯性质量

将质量—能量等价原理扩展至引力效应，自然而然引出一个更深层的问题：这种等价是否同样适用于惯性？如果答案是肯定的，那么与能量对应的等效质量也应体现出惯性特征。换言之，能量不仅应当产生引力质量，同时也应作为惯性质量的组成部分。

正如质量—能量等价关系源自狭义相对论，相对质量的概念亦由此产生。随着物体速度的增加，其动能上升，相应的相对质量也随之增加，从而表现出更大的加速阻力，即更大的惯性质量。这一关系可以直接从质量—能量等价方程(公式3)推导得出。

(5)
$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

在该公式中，m表示物体以速度 v运动时的相对质量，m₀则是观察者相对于物体静止时测得的静质量。根据该公式，随着速度的增加，相对质量也随之上升。当速度接近光速时，质量趋向无限大，意味着要进一步加速所需的力也变得无限大，即物体的惯性质量趋于无穷大。这里，相对质量代表了运动物体的等效质量。这表明动能对物体抗拒加速的能力——惯性——有着直接贡献，进一步说明质量—能量等价通过动能的作用，同样适用于惯性效应。

现在，考虑太阳系的总等效质量。除了太阳和各行星的静质量外，系统还包括由于行星运动产生的动能(如地球绕太阳公转和自转)以及天体间相互引力产生的引力势能(如地球与太阳之间的相互作用)。这些能量共同增加了太阳系的总等效质量，使其超过各组成部分静质量的简单总和。因此，作为一个整体在银河系中运动的太阳系，其引力质量和惯性质量不仅取决于各组成部分的质量，还受系统内部动能和势能的影响。

这一原理同样适用于密闭容器中的气体。随着温度升高，分子运动加剧，动能增加；化学键中的势能也随之提升，系统内的辐射能量也有所增加。这些能量共同提升了系统的能量，从而增加了其等效质量，影响系统的引力质量和惯性质量。同样，固体中的内部粒子振动、化学键及辐射能也对等效质量有类似贡献。简言之，任何系统的总等效质量不仅包含组成部分的静质量，还包括动能、势能和辐射能等能量的贡献。

例如，化学键中储存的能量对物体总质量也有微小的贡献。因此，充满电的电池比放电后的电池略重一点。然而，由于质量与能量转换关系(见公式4)中能量除以光速平方的因素，这种质量差异非常微小，普通仪器难以检测。相比之下，强核力作用下核子间的势能对质量的贡献显著且可被实验测量。这一点通过核反应中结合能的变化与质量差异的对应关系得到了验证。总的来说，这种束缚能成为物质不可分割的一部分，对引力和惯性均有贡献，同时表现在引力质量和惯性质量。

物质中储存的势能对系统的总质量，包括惯性质量，有着实际贡献。以绝对零度下的一块固态氦和一块铁为例，此时它们的辐射能、分子势能和动能均处于最低。假设两者含有相同数量的基本粒子，如质子和中子。根据标准模型，它们的惯性质量来自于与希格斯场的相互作用，因此应当相同。然而，由于核结合能不同，固态氦中的核子结合较松散，势能较高。根据质量—能量等价原理，这额外的能量使得固态氦的惯性质量略高于铁。这种差异反映出标准模型关于质量起源的解释与相对论将质量视为能量形式的观点导致的矛盾。

类似的矛盾存在于光：作为辐射能的载体，根据质量—能量等价，光应表现出惯性，并对惯性质量有所贡献。举例来说，假设一个质量为1公斤、内壁完全反射的容器，装有等同于10公斤质量的光能。根据质量—能量等价，容器内的光能使系统的有效质量增加10公斤。因此，要以1米每平方秒的加速度加速该容器，所需的力为11牛顿，其中1牛顿用于容器的静质量，10牛顿用于光能的等效质量，表明系统总惯性质量为11公斤。

然而，根据标准模型，光由光子组成，光子不与希格斯场相互作用，因此不会通过希格斯机制获得质量。按照这一理论，容器（包括其中的光子）应只有与容器静质量相等的1公斤惯性质量。因此，对于同样一个容器，只需要1牛顿的力就可以实现相同的加速度。这产生了一个明显矛盾：质量—能量等价认为所有能量，包括光子携带的辐射能，都会增加惯性质量，而标准模型却无法解释光子惯性质量来源。这个矛盾揭示了相对论质量—能量等价观念与标准模型惯性质量生成机制之间的深层分歧。

讨论

当标准模型与相对论框架被同时视为有效理论时，在质量概念上便显现出某些不一致之处，尽管这两者都有坚实的实验数据支持。这种分歧暴露出我们对质量本质认知中的尚未理解的本质。广义相对论提出引力质量与惯性质量等价，并取得了显著成功，但这一成就本身既无法证明，也无法否定引力与惯性是否具有共同的起源。

在经典物理中，惯性质量被视为物体的内在属性，不依赖于外部物体，也不受引力影响。基于这一观点，牛顿提出了绝对空间的概念，并通过他著名的水桶实验加以阐释。当水桶相对于观察者旋转时，即使此时水相对于水桶是静止的，水面逐渐凹陷。这一现象在牛顿看来，表明水是在相对于某种“绝对空间”旋转，而非仅仅相对于周围物体。

然而，哲学家恩斯特·马赫对牛顿的绝对空间概念提出了质疑。他认为，旋转及离心力等惯性表现应源于物体相对于宇宙中恒星的运动，而非相对于某个绝对参照系。这一观点催生了后来的“马赫原理”，尽管其表述多样且定义较为宽泛，其中流传较广的一种说法是：“远处的质量决定此处的惯性。”更广义的表述则认为，局部的物理定律受到宇宙大尺度结构的影响或决定。

由于表述模糊，马赫原理导致了多种不同甚至矛盾的解释，其中部分已被证实不符合事实。尽管该思想具有重要影响力，但它始终未被发展为一套明确的、可量化的理论，来说明遥远的质量如何产生惯性效应。事实上，马赫本人也从未清晰地提出过该原理的确切表述。

马赫的思想在爱因斯坦构建广义相对论的过程中起到了重要作用。使爱因斯坦认识到，宇宙中物质的整体分布会影响时空几何，尤其是决定惯性参考系的度规张量，从而判断一个参考系是否处于旋转状态。尽管马赫原理对他具有深刻的启发意义，但它并未成为广义相对论的正式假设或理论基础。相比之下，引力质量与惯性质量的等价性则是广义相对论的核心原则之一。

与物理学普遍将惯性质量视为物体固有属性的观点不同，我们提出惯性源自宇宙中所有质量的引力累积作用。在这个理论框架下，引力质量与惯性质量具有同样的引力起源，从而自然解释了爱因斯坦等效原理中两者的等价性。若该假设成立，将深刻影响我们对基础物理的理解。这一观点也对标准模型中依赖希格斯机制解释惯性质量的必要性提出了质疑。

此外，该假设预测，在一个没有其他质量存在的宇宙中，理论上任何质量的物体可以达到接近光速的速度，因为没有引力相互作用产生的惯性阻力。虽然这一预测难以直接验证，但若观察到远处质量对局部惯性的影响，则说明惯性质量并非完全固有，而是在一定程度上受外部质量分布的影响。

版本更新

- 07/05/2025: 本文在斯坦福初始发布
- [11/02/2025: 在Zenodo上发表](#)
- [12/18/2025: 增加相关文章摘要连接](#)

相关文章摘要链接

- <https://cs.stanford.edu/people/zjl/abstractc.html>, [PDF](#)
- <https://sites.google.com/view/zjlc/>, [PDF](#)
- <https://xenon.stanford.edu/~zjl/abstractc.html>, [PDF](#)
- <https://doi.org/10.5281/zenodo.17972005>, [PDF](#)

相关文献

- [热力学中的错误概念 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [克鲁克斯辐射计旋转的驱动机制 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [布朗运动的原动力 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [温度是分子平均动能的标志吗? \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [绝对零度的本质 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [能量转换三角 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [热膨胀是由于粒子振动引起的吗? \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [超流体不是流体 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [为什么相变温度保持恒定 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [摩擦为何会产生热量? \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [简明熵概念 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [熵可以减少 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [回归原理 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [金属中是否存在自由电子海? \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [电子通道: 导体超导统一论 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [低温和高温超导统一理论 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [LK-99的局限和意义 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)

- [地球磁场超导起源说 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [关于质量的本质问题 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [从万有引力定律到广义相对论的演化 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [爱因斯坦质能方程的最简单推导 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [如何理解相对论 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [数学并非科学 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [潮汐能并非可再生能源 \(PDF: DOI\) \(中文: DOI\)](#)
- [AI 知识污染 \(PDF\) \(中文\)](#)
- [DeepSeek pk ChatGPT \(PDF\) \(中文\)](#)

参考文献

1. Cappi, A. (2022). ["The concept of gravity before Newton"](#) (PDF). *Culture and Cosmos*. [Archived](#) (PDF) from the original on 9 October 2022.
2. Bakker, F.; Palmerino, C.R. (2020). ["Motion to the Center or Motion to the Whole? Plutarch's Views on Gravity and Their Influence on Galileo"](#). *Isis*. **111** (2): 217–238. doi:[10.1086/709138](#). hdl:[2066/219256](#). ISSN [0021-1753](#). S2CID [219925047](#). [Archived](#) from the original on 2 May 2022. Retrieved 2 May 2022.
3. Holton, G. (1956). ["Johannes Kepler's Universe: Its Physics and Metaphysics"](#). *American Journal of Physics*. **24** (5): 340–351. Bibcode:[1956AmJPh..24..340H](#). doi:[10.1119/1.1934225](#). ISSN [0002-9505](#).
4. Newton, I. (1999). *"The Principia, The Mathematical Principles of Natural Philosophy"*. Translated by Cohen, I.B.; Whitman, A. Los Angeles: University of California Press.
5. Feynman, R.P.; et al. (1995). ["Feynman lectures on gravitation"](#). Addison-Wesley. ISBN [978-0-201-62734-3](#).
6. Huggett, N.; et al. (2020). *"Beyond Spacetime: The Foundations of Quantum Gravity"*. [Cambridge University Press](#). p. 6. ISBN [9781108655705](#).
7. Cremmer, E.; et al. (1978). "Supergravity theory in eleven dimensions". *Physics Letters B*. **76** (4): 409–412. Bibcode:[1978PhLB..76..409C](#). doi:[10.1016/0370-2693\(78\)90894-8](#).
8. Bergshoeff, E.; et al. (1987). ["Supermembranes and eleven-dimensional supergravity"](#) (PDF). *Physics Letters B*. **189** (1): 75–78. Bibcode:[1987PhLB..189...75B](#). doi:[10.1016/0370-2693\(87\)91272-X](#). S2CID [123289423](#). [Archived](#) (PDF) from the original on 2020-11-15. Retrieved 2019-08-25.
9. Maldacena, J. (1998). "The Large N limit of superconformal field theories and supergravity". *Advances in Theoretical and Mathematical Physics*. **2** (2): 231–252. arXiv:[hep-th/9711200](#). Bibcode:[1998AdTMP...2..231M](#). doi:[10.4310/ATMP.1998.V2.N2.A1](#).
10. Higgs, P. (1964). "Broken symmetries and the masses of gauge bosons". *Physical Review Letters* **13** (16): 508–509.
11. Einstein, A. (1907). "On the relativity principle and the conclusions drawn from it." *Jahrb. Radioaktivität Elektronik* **4** (1907): 411–462.
12. Einstein, A. (1911). "On the Influence of Gravitation on the Propagation of Light." *Annalen der Physik* **35**: 898–908 (1911): 906.
13. Einstein, A. (1905). ["Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig?"](#) [Does the Inertia of a Body Depend Upon its Energy-Content?]. *Annalen der Physik* (in German). **323** (13): 639–641. Bibcode:[1905AnP...323..639E](#). doi:[10.1002/andp.19053231314](#). ISSN [1521-3889](#).

14. Günther, H.; Müller, V. (2019). "[Einstein 's Energy–Mass Equivalence](#)", in Günther, Helmut; Müller, Volker (eds.), *The Special Theory of Relativity: Einstein's World in New Axiomatics*, Singapore: Springer, pp. 97–105, doi:[10.1007/978-981-13-7783-9_7](#), ISBN [978-981-13-7783-9](#), S2CID [209978258](#), [archived](#) from the original on 2021-02-21, retrieved 2020-10-14.
15. Dyson, F.W.; et al. (1920). "[A determination of the deflection of light by the Sun's gravitational field, from observations made at the total eclipse of 29 May 1919](#)". *Philosophical Transactions of the Royal Society*. **220A** (571–581): 291–333. Bibcode:[1920RSPTA.220..291D](#). doi:[10.1098/rsta.1920.0009](#).
16. Soldner, J.G.V. (1804). "[On the deflection of a light ray from its rectilinear motion, by the attraction of a celestial body at which it nearly passes by](#)". *Berliner Astronomisches Jahrbuch*: 161–172.
17. Sauer, T. (2008). "Nova Geminorum 1912 and the Origin of the Idea of Gravitational Lensing". *Archive for History of Exact Sciences*. **62** (1): 1–22. arXiv:[0704.0963](#). Bibcode:[2008AHES...62....1S](#). doi:[10.1007/s00407-007-0008-4](#). S2CID [17384823](#).
18. Turner, C. (2006). "[The Early History of Gravitational Lensing](#)" (PDF). Archived from [the original](#) (PDF) on July 25, 2008.
19. Bartusiak, M. (2015). "*Black Hole: How an Idea Abandoned by Newtonians, Hated by Einstein, and Gambled On by Hawking Became Loved*". New Haven, CT: Yale University Press. ISBN [978-0-300-21363-8](#).
20. Mach, E. (1960). "[The Science of Mechanics: A Critical and Historical Account of Its Development](#)". LaSalle, IL: Open Court Pub. Co. LCCN [60010179](#). This is a reprint of the English translation by Thomas H. McCormack (first published in 1906) with a new introduction by Karl Menger.